

2011/2012 學年度入學/分班試《數學》卷二

第一部分：選擇題

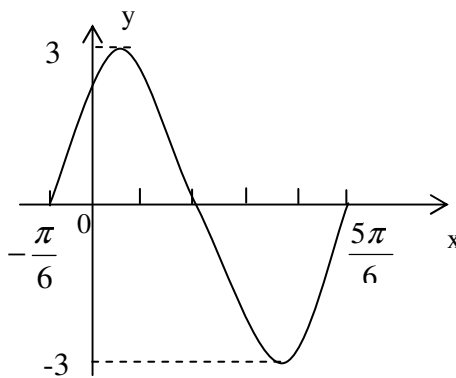
1. 若 a, b 為兩個非零實數, $a > b$, 則下列式子恒成立的是
(A) $a^2 > b^2$ (B) $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ (C) $\log_2(a-b) > 0$ (D) $2^a > 2^b$
2. 設集合 $M = \{x | -1 \leq x < 2\}$, $N = \{x | x - k \leq 0\}$, 若 $M \cap N = M$, 則 k 的取值範圍是
(A) $(-1, 2)$ (B) $[2, +\infty)$ (C) $(2, +\infty)$ (D) $[-1, 2]$
3. 設 $z = 1 + i$ (i 是虛數單位), 則 $\frac{3}{z} + z^2 =$
(A) $\frac{3+i}{2}$ (B) $\frac{3-i}{2}$ (C) $3+i$ (D) $3-i$
4. 下列說法:
① “ $a^2 + b^2 \neq 0$ ”的含義是“ a, b 不全為 0”;
② “ $a, b \in R^+$ ”是“ $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ ”的充分必要條件;
③ “存在實數 x , 使得 $|x + 2| \leq 1$ 且 $x^2 > 16$ ”是假命題;
④ 若一個命題的逆否命題是真命題, 則這個命題一定是真命題。

其中正確的說法是

- (A) ①②③ (B) ①③ (C) ②③ (D) ①③④
5. 設 $f(x) = |x - 1| - |x + 2|$, 則 $f[f(\frac{1}{2})] =$
(A) $-\frac{1}{2}$ (B) 2 (C) 3 (D) $\frac{1}{2}$

6. 函數 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 在一個週期內的圖像如圖, 則 y 的表達式為

- (A) $y = 3 \sin(x + \frac{\pi}{6})$
(B) $y = 3 \sin(x + \frac{\pi}{3})$
(C) $y = 3 \sin(2x + \frac{\pi}{6})$
(D) $y = 3 \sin(2x + \frac{\pi}{3})$



7. 設函數 $f(x) = ax^3 + bx + 1$, 若已知 $f(-2) = 5$, 則 $f(2) =$ ()
(A) -3 (B) 3 (C) 5 (D) -5

8. 函數 $y = 3^{x^2-1} (-1 \leq x < 0)$ 的反函數是

- (A) $y = -\sqrt{1 + \log_3 x} \left(x \geq \frac{1}{3} \right)$ (B) $y = \sqrt{1 + \log_3 x} \left(x \geq \frac{1}{3} \right)$

(C) $y = -\sqrt{1 + \log_3 x} \left(\frac{1}{3} < x \leq 1 \right)$ (D) $y = \sqrt{1 + \log_3 x} \left(\frac{1}{3} < x \leq 1 \right)$

9. $\left(\frac{1}{\sqrt{2+1}} + \frac{1}{\sqrt{3+\sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{4+\sqrt{3}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2011+\sqrt{2010}}} \right) \cdot (\sqrt{2011} + 1) =$
 (A) 2009 (B) 2010 (C) 2011 (D) 2012

10. 小王忘記了朋友手機號碼的最後兩位數字，只記得倒數第一位是奇數，則他一次就能撥通朋友手機的概率是
 (A) $\frac{1}{90}$ (B) $\frac{1}{50}$ (C) $\frac{1}{45}$ (D) $\frac{1}{20}$

第二部分：計算題

1. 已知 $\frac{2 \sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta - 3 \cos \theta} = -5$ ，求 $3 \cos 2\theta + 4 \sin 2\theta$ 的值。

2. 已知圓 C 經過 A (6, 5)，B(0, 1) 兩點，且圓心在直線 $L_1: 3x + 10y + 9 = 0$ 上，求圓 C 的方程。

3. 設數列 $\{a_n\}$ 的前 n 項和為 S_n ，已知 $S_n = \frac{1}{5}(a_n + 3)$ ($n \in N^*$)，(1) 求數列 $\{a_n\}$ 的通項公式 a_n ；(2) 求前 $2n$ 項中奇數項的和 $a_1 + a_3 + \dots + a_{2n-1}$ 的值。

4. 用數學歸納法證明 $n^3 + (n+1)^3 + (n+2)^3$ 能被 9 整除，其中 $n \in N^*$ 。

5. 澳門某超市購進一批進價為 16(元/件)的日用品，經銷售發現，此種日用品每週銷售數量 y (單位：件) 是關於銷售價格 x (單位：元/件) 的一次函數，且函數關係如右下圖所示，(1) 試求 y 與 x 之間的關係式；(2) 在商品不積壓，且不考慮其他因素的條件下，問銷售價格 x 定為多少時，能使每週利潤 $L(x)$ 最大？(注：利潤=總銷售價-總進價)

