



澳門科技大學
MACAU UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

二零一八／二零一九學年入學考試
JOINT ADMISSION EXAMINATION 2018/2019

M103 數學正卷
MATHEMATICS STANDARD PAPER

第一部分 選擇題。請選出每題之最佳答案。

1. 集合 $\{a, b, c\}$ 的真子集有幾個
A. 8 B. 7 C. 6 D. 9 E. 以上皆非
2. 展開 $[(x+3y)^2(x-3y)^2]^2$ 並化簡，則它的項數是
A. 3 B. 5 C. 6 D. 7 E. 8
3. 若關於 x 的方程 $x^2+4x+n=0$ 的兩根倒數之和為 $\frac{1}{2}$ ，則 n 的值等於
A. -12 B. 12 C. 10 D. 10 E. -8
4. 若 $b < 0$ ，則 $|1-4^b|$ 可以化為
A. 1 B. 4^b-1 C. $1-4^b$ D. 4^b E. 以上皆非
5. 已知關於 x 的不等式 $x^2-ax+a > 0$ 的解集為 \mathbb{R} ，則 a 的取值範圍是
A. (0,4) B. [2, + ∞) C. [0,2) D. $(-\infty, 0) \cup (4, +\infty)$ E. [0,2]
6. 已知函數 $f(x) = \log_2(ax+b)$ ，若 $f(2)=2$ ， $f(3)=3$ ，則
A. $a=1, b=-4$ B. $a=2, b=-2$ C. $a=4, b=3$ D. $a=4, b=-4$ E. $a=3, b=-2$
7. 設函數 $y=2ax^2+(a-1)x+3$ 是偶函數，則 a 等於
A. -1 B. 0 C. 1 D. 2 E. -2
8. 若 $3^{x+1}=a$ ， $3^{y-1}=b$ ，則 $3^{x+y} =$
A. ab B. $a+b$ C. $3a+b$ D. $3ab$ E. $3b+a$

9. 從13名同學中選出兩人擔任正、副組長，不同的選舉結果共有
 A. 26種 B. 78種 C. 156種 D. 169種 E. 125種
10. 等差數列 $\{a_n\}$ 中， S_n 為其前 n 項和，若 $S_4=a_7+3$ ， $S_5=a_6+a_8-3$ ，則 $\{a_n\}$ 的公差 d 等於
 A. -1 B. 1 C. 3 D. -3 E. -2
11. 已知橢圓上一點到兩焦點 $(-2, 0)$ ， $(2, 0)$ 的距離之和等於6，則橢圓的短軸長為
 A. 10 B. 5 C. $2\sqrt{5}$ D. $\sqrt{5}$ E. 以上皆非
12. 用數字1, 2, 3, 4, 7, 9中的兩個分別作對數的底數和真數，可組成不同的對數值有
 A. 17個 B. 21個 C. 20個 D. 16個 E. 19個
13. $(1-x^3)(1+x)^{10}$ 的展開式中 x^5 的係數是
 A. -297 B. -252 C. 297 D. 207 E. 252
14. 不等式 $|2x+4|<6$ 的解為
 A. $x>-5$ B. $x<1$ C. $-5<x<1$
 D. $0\leq x<1$ E. $x<-5$
15. 能夠使得等式 $\sin 4x \cos 5x = -\cos 4x \sin 5x$ 成立的一個角 x 的值是
 A. 10° B. 20° C. 50° D. 70° E. 以上皆非

Part I Multiple choice questions. Choose the best answer for each question.

- For the set $\{a, b, c\}$, the number of proper subsets is
A. 8 B. 7 C. 6 D. 9 E. none of the above
- Expand and simplify the expression $[(x+3y)^2(x-3y)^2]^2$, the number of its terms will be
A. 3 B. 5 C. 6 D. 7 E. 8
- For the equation $x^2+4x+n=0$, the sum of the reciprocal of its two roots is $\frac{1}{2}$. Then n equals
A. -12 B. 12 C. 10 D. -10 E. -8
- If $b < 0$, the expression $|1-4^b|$ can be simplified to be
A. 1 B. 4^b-1 C. $1-4^b$ D. 4^b E. none of the above
- If the solution set of the inequality $x^2-ax+a > 0$ is \mathbb{R} , the range of a is
A. (0,4) B. $[2, +\infty)$ C. $[0,2)$ D. $(-\infty,0) \cup (4, +\infty)$ E. $[0,2]$
- For $f(x)=\log_2(ax+b)$, if $f(2)=2, f(3)=3$, then
A. $a=1, b=-4$ B. $a=2, b=-2$ C. $a=4, b=3$ D. $a=4, b=-4$ E. $a=3, b=-2$
- If $y=2ax^2+(a-1)x+3$ is an even function, a equals
A. -1 B. 0 C. 1 D. 2 E. -2
- If $3^{x+1}=a, 3^{y-1}=b, 3^{x+y}=\quad$
A. ab B. $a+b$ C. $3a+b$ D. $3ab$ E. $3b+a$
- Choose one positive leader and one deputy leader from 13 students, the different choice you will have is
A. 26 B. 78 C. 156 D. 169 E. 125
- Let S_n be the n -th partial sum of an arithmetic sequence $\{a_n\}$. If $S_4=a_7+3, S_5=a_6+a_8-3$, the difference d is
A. -1 B. 1 C. 3 D. -3 E. -2
- If the sum of the distance of some point on the ellipse with two foci $(-2,0), (2,0)$ is 6, the length of the minor axis is
A. 10 B. 5 C. $2\sqrt{5}$ D. $\sqrt{5}$ E. none of the above
- Choose two different numbers from the set $\{1,2,3,4,7,9\}$ as base and antilogarithm, how many logarithm with different value would you have?
A. 17 B. 21 C. 20 D. 16 E. 19

13. Expanding the expression $(1-x^3)(1+x)^{10}$, the coefficient of x^5 is

- A. -297 B. -252 C. 297 D. 207 E. 252

14. The solution of the inequality $|2x+4|<6$ is

- A. $x>-5$ B. $x<1$ C. $-5<x<1$ D. $0\leq x<1$ E. $x<-5$

15. If $\sin 4x \cos 5x = -\cos 4x \sin 5x$, the angle x may be

- A. 10° B. 20° C. 50° D. 70° E. none of the above

第二部分 解答題。 Part II Problem-solving questions.

1. 口袋裡面有7個紅球，3個黃球，若從口袋內任取3球

- (a) 求這三個球中至少有一個黃球的概率。 (4分)
(b) 求這三個球中至多有一個紅球的概率。 (4分)

There are 7 red balls and 3 yellow balls in a bag. Choose any 3 balls from the bag,

- (a) Find the probability that at least one yellow ball is chosen. (4 marks)
(b) Find the probability that at most one red ball is chosen. (4 marks)

2. 實數 m 取何值時，關於 x 的方程 $x^2+(m-2)x-(m+3)=0$ 的兩根的平方和最小？並求出該最小值。

(8分)

For which value of m , the sum of the square of two roots of the equation $x^2+(m-2)x-(m+3)=0$ would be minimal? Please find the minimum. (8 marks)

3. 已知直線 $y=x+m$ 與拋物線 $y^2=2x$ 相交於 A 、 B 兩點，若線段 AB 中點的橫坐標為2，求 m 的值。

(8分)

The line $y=x+m$ and the parabola $y^2=2x$ intersect at point A and B . If the x-coordinate of the middle point of the line segment AB is 2, find the value of m . (8 marks)

4. 已知等比數列 $\{a_n\}$ 中 $a_n>0$ ，公比 q 是方程 $x(x+1)=6$ 的根，且 $\{a_n\}$ 的前4項的和 $S_4=1$ 。

- (a) 求公比 q 。 (4分)
(b) 求 $\{a_n\}$ 的前8項的和。 (4分)

In a geometric sequence $\{a_n\}_{n \geq 1}$, $a_n > 0$, the common ratio q is one root of the equation $x(x+1)=6$, the partial sum $S_4=1$.

- (a) Find q . (4 marks)
(b) Find the partial sum S_8 . (4 marks)

5. 對所有正整數 $n>1$ ，試比較 2^n 與 $(n+1)^2$ 的大小，並用數學歸納法證明你的結論。

(8分)

For all positive integer n , compare 2^n with $(n+1)^2$. Which is bigger? Prove your statement by mathematical induction. (8 marks)