



澳門科技大學  
MACAU UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

二零一八／二零一九學年入學考試  
JOINT ADMISSION EXAMINATION 2018/2019

M103 數學正卷  
MATHEMATICS STANDARD PAPER

第一部分 選擇題。請選出每題之最佳答案。

1. 集合 $\{a, b, c\}$ 的真子集有幾個  
A. 8                      B. 7                      C. 6                      D. 9                      E. 以上皆非
2. 展開 $[(x+3y)^2(x-3y)^2]^2$ 並化簡，則它的項數是  
A. 3                      B. 5                      C. 6                      D. 7                      E. 8
3. 若關於 $x$ 的方程 $x^2+4x+n=0$ 的兩根倒數之和為 $\frac{1}{2}$ ，則 $n$ 的值等於  
A. -12                      B. 12                      C. 10                      D. 10                      E. -8
4. 若 $b < 0$ ，則 $|1-4^b|$ 可以化為  
A. 1                      B.  $4^b-1$                       C.  $1-4^b$                       D.  $4^b$                       E. 以上皆非
5. 已知關於 $x$ 的不等式 $x^2-ax+a > 0$ 的解集為 $\mathbb{R}$ ，則 $a$ 的取值範圍是  
A. (0,4)                      B. [2, + $\infty$ )                      C. [0,2)                      D.  $(-\infty, 0) \cup (4, +\infty)$                       E. [0,2]
6. 已知函數  $f(x) = \log_2(ax+b)$ ，若  $f(2)=2$ ， $f(3)=3$ ，則  
A.  $a=1, b=-4$                       B.  $a=2, b=-2$                       C.  $a=4, b=3$                       D.  $a=4, b=-4$                       E.  $a=3, b=-2$
7. 設函數 $y=2ax^2+(a-1)x+3$ 是偶函數，則 $a$ 等於  
A. -1                      B. 0                      C. 1                      D. 2                      E. -2
8. 若 $3^{x+1}=a$ ， $3^{y-1}=b$ ，則 $3^{x+y} =$   
A.  $ab$                       B.  $a+b$                       C.  $3a+b$                       D.  $3ab$                       E.  $3b+a$

9. 從13名同學中選出兩人擔任正、副組長，不同的選舉結果共有  
A. 26種      B. 78種      C. 156種      D. 169種      E. 125種
10. 等差數列 $\{a_n\}$ 中， $S_n$ 為其前 $n$ 項和，若 $S_4=a_7+3$ ， $S_5=a_6+a_8-3$ ，則 $\{a_n\}$ 的公差 $d$ 等於  
A. -1      B. 1      C. 3      D. -3      E. -2
11. 已知橢圓上一點到兩焦點 $(-2, 0)$ ， $(2, 0)$ 的距離之和等於6，則橢圓的短軸長為  
A. 10      B. 5      C.  $2\sqrt{5}$       D.  $\sqrt{5}$       E. 以上皆非
12. 用數字1, 2, 3, 4, 7, 9中的兩個分別作對數的底數和真數，可組成不同的對數值有  
A. 17個      B. 21個      C. 20個      D. 16個      E. 19個
13.  $(1-x^3)(1+x)^{10}$ 的展開式中 $x^5$ 的係數是  
A. -297      B. -252      C. 297      D. 207      E. 252
14. 不等式 $|2x+4|<6$ 的解為  
A.  $x>-5$       B.  $x<1$       C.  $-5<x<1$   
D.  $0\leq x<1$       E.  $x<-5$
15. 能夠使得等式 $\sin 4x \cos 5x = -\cos 4x \sin 5x$ 成立的一個角 $x$ 的值是  
A.  $10^\circ$       B.  $20^\circ$       C.  $50^\circ$       D.  $70^\circ$       E. 以上皆非

**Part I Multiple choice questions. Choose the best answer for each question.**

1. For the set  $\{a, b, c\}$ , the number of proper subsets is  
A. 8            B. 7            C. 6            D. 9            E. none of the above
2. Expand and simplify the expression  $[(x+3y)^2(x-3y)^2]^2$ , the number of its terms will be  
A. 3            B. 5            C. 6            D. 7            E. 8
3. For the equation  $x^2+4x+n=0$ , the sum of the reciprocal of its two roots is  $\frac{1}{2}$ . Then n equals  
A. -12          B. 12          C. 10          D. -10          E. -8
4. If  $b < 0$ , the expression  $|1-4^b|$  can be simplified to be  
A. 1            B.  $4^b-1$           C.  $1-4^b$           D.  $4^b$             E. none of the above
5. If the solution set of the inequality  $x^2-ax+a > 0$  is  $\mathbb{R}$ , the range of  $a$  is  
A. (0,4)        B.  $[2, +\infty)$       C.  $[0,2)$         D.  $(-\infty,0) \cup (4, +\infty)$       E.  $[0,2]$
6. For  $f(x)=\log_2(ax+b)$ , if  $f(2)=2, f(3)=3$ , then  
A.  $a=1, b=-4$     B.  $a=2, b=-2$     C.  $a=4, b=3$     D.  $a=4, b=-4$     E.  $a=3, b=-2$
7. If  $y=2ax^2+(a-1)x+3$  is an even function,  $a$  equals  
A. -1            B. 0            C. 1            D. 2            E. -2
8. If  $3^{x+1}=a, 3^{y-1}=b, 3^{x+y}=\quad$   
A.  $ab$             B.  $a+b$             C.  $3a+b$             D.  $3ab$             E.  $3b+a$
9. Choose one positive leader and one deputy leader from 13 students, the different choice you will have is  
A. 26            B. 78            C. 156            D. 169            E. 125
10. Let  $S_n$  be the n-th partial sum of an arithmetic sequence  $\{a_n\}$ . If  $S_4=a_7+3, S_5=a_6+a_8-3$ , the difference  $d$  is  
A. -1            B. 1            C. 3            D. -3            E. -2
11. If the sum of the distance of some point on the ellipse with two foci  $(-2,0), (2,0)$  is 6, the length of the minor axis is  
A. 10            B. 5            C.  $2\sqrt{5}$             D.  $\sqrt{5}$             E. none of the above
12. Choose two different numbers from the set  $\{1,2,3,4,7,9\}$  as base and antilogarithm, how many logarithm with different value would you have?  
A. 17            B. 21            C. 20            D. 16            E. 19

13. Expanding the expression  $(1-x^3)(1+x)^{10}$ , the coefficient of  $x^5$  is

- A. -297      B. -252      C. 297      D. 207      E. 252

14. The solution of the inequality  $|2x+4|<6$  is

- A.  $x>-5$       B.  $x<1$       C.  $-5<x<1$       D.  $0\leq x<1$       E.  $x<-5$

15. If  $\sin 4x \cos 5x = -\cos 4x \sin 5x$ , the angle  $x$  may be

- A.  $10^\circ$       B.  $20^\circ$       C.  $50^\circ$       D.  $70^\circ$       E. none of the above

**第二部分 解答題。 Part II Problem-solving questions.**

1. 口袋裡面有7個紅球，3個黃球，若從口袋內任取3球

- (a) 求這三個球中至少有一個黃球的概率。 (4分)  
(b) 求這三個球中至多有一個紅球的概率。 (4分)

There are 7 red balls and 3 yellow balls in a bag. Choose any 3 balls from the bag,

- (a) Find the probability that at least one yellow ball is chosen. (4 marks)  
(b) Find the probability that at most one red ball is chosen. (4 marks)

2. 實數 $m$ 取何值時，關於 $x$ 的方程 $x^2+(m-2)x-(m+3)=0$ 的兩根的平方和最小？並求出該最小值。

(8分)

For which value of  $m$ , the sum of the square of two roots of the equation  $x^2+(m-2)x-(m+3)=0$  would be minimal? Please find the minimum. (8 marks)

3. 已知直線 $y=x+m$ 與拋物線 $y^2=2x$ 相交於 $A$ 、 $B$ 兩點，若線段 $AB$ 中點的橫坐標為2，求 $m$ 的值。

(8分)

The line  $y=x+m$  and the parabola  $y^2=2x$  intersect at point  $A$  and  $B$ . If the x-coordinate of the middle point of the line segment  $AB$  is 2, find the value of  $m$ . (8 marks)

4. 已知等比數列 $\{a_n\}$ 中 $a_n>0$ ，公比 $q$ 是方程 $x(x+1)=6$ 的根，且 $\{a_n\}$ 的前4項的和 $S_4=1$ 。

- (a) 求公比 $q$ 。 (4分)  
(b) 求 $\{a_n\}$ 的前8項的和。 (4分)

In a geometric sequence  $\{a_n\}_{n \geq 1}$ ,  $a_n > 0$ , the common ratio  $q$  is one root of the equation  $x(x+1)=6$ , the partial sum  $S_4=1$ .

- (a) Find  $q$ . (4 marks)  
(b) Find the partial sum  $S_8$ . (4 marks)

5. 對所有正整數 $n>1$ ，試比較 $2^n$ 與 $(n+1)^2$ 的大小，並用數學歸納法證明你的結論。 (8分)

For all positive integer  $n$ , compare  $2^n$  with  $(n+1)^2$ . Which is bigger? Prove your statement by mathematical induction. (8 marks)